Université Kasdi Merbah Ouargla

Faculté des ***Nouvelles Technologies*** de l'Information et de la ***Communication***

Département d'***Informatique*** et ***Technologie*** de l'Information

Spécialité : M1 Informatique Fondamentale (IF)
Durée : 1h 30 min

Année universitaire 2021/2022

Logique et Fondements de l'Informatique 2 (corrigé type)

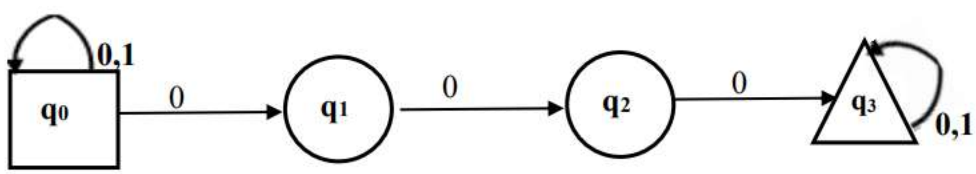
Exercice1 :

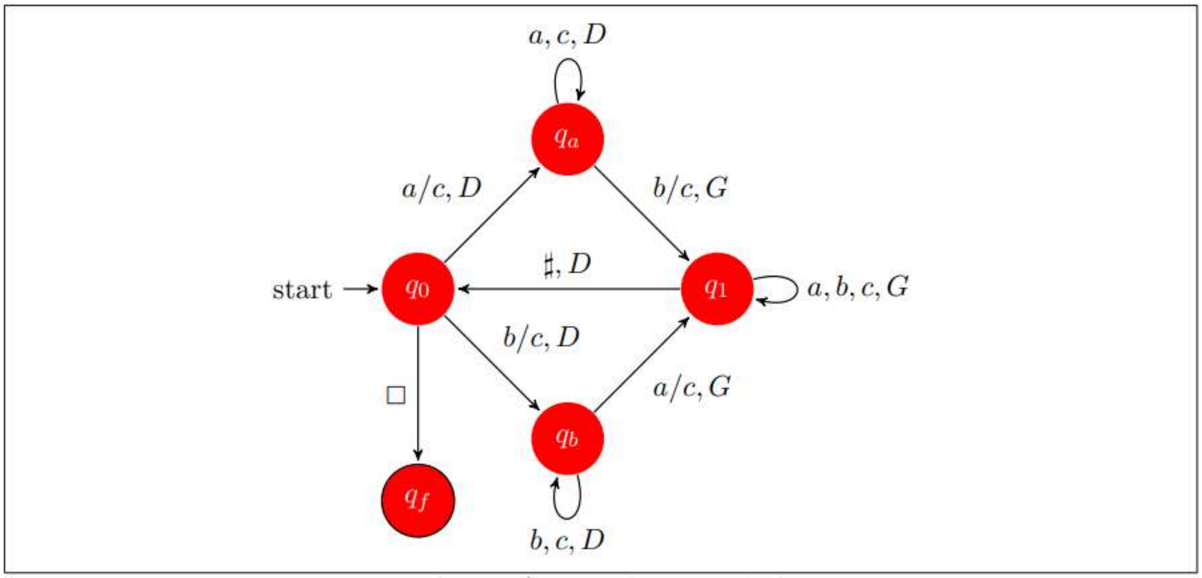
On définit g par schéma de récurrence : $\begin{cases} g(0) = f(0) \\ g(x+1) = f(g(x)) \end{cases}$

B-Compter le nombre d'opérations,

$A - O(n)$,

Exercice2 :





Exercice 3 :

1-

$Ma \vee La$

Vraie dans M parce que La est vraie dans M (parce que I(a) appartient à I(L)).

2-

$Mb \rightarrow Lc$

Fausse dans M parce que Mb est vraie dans M et Lc est fausse dans M.

3-

$(Mb \wedge Mc) \rightarrow \neg Ld$

Vraie dans M parce que Mb et Mc sont vraies dans M, et $\neg Ld$ est vraie dans M (parce que Ld est fausse dans M).

4-

$Cd \vee Dd$

Vraie dans M parce que Dd est vraie dans M.

5-

$\forall x(Cx \vee Dx)$

Vraie dans M parce que toutes les instances de cette formule dans M sont vraies dans M :

$Ca \vee Da$ est vraie dans M parce que Ca est vraie dans M.

$Cb \vee Db$ est vraie dans M parce que Cb est vraie dans M.

$Cc \vee Dc$ est vraie dans M parce que Dc est vraie dans M.

$Cd \vee Dd$ est vraie dans M parce que Dd est vraie dans M.

6-

$\exists xLx \rightarrow \forall xMx$

Note sur la formalisation : les parenthèses sont inutiles. En leur absence, les quantificateurs sont appliqués à la formule atomique qui les suit. Ce qui précède est donc équivalent à : $(\exists xLx) \rightarrow (\forall xMx)$.

Fausse dans M parce que $\exists xLx$ est vraie dans M et $\forall xMx$ est fausse dans M. $\exists xLx$ est vraie dans M parce qu'il y a au moins une instance vraie de cette formule dans M : La est vraie dans M. $\forall xMx$ est fausse dans M parce que toutes les instances de cette formule dans M ne sont pas vraies dans M : Ma est fausse dans M.

7-

$\exists xLx \rightarrow \exists xMx$

Vraie dans M parce que $\exists xLx$ et $\exists xMx$ sont vraies dans M. $\exists xLx$ est vraie parce que La est vraie dans M. $\exists xMx$ est vraie dans M parce que Mb est vraie dans M. (On pourrait aussi dire : parce que Mc est vraie dans M, ou parce que Md est vraie dans M.)

8-

La phrase est ambiguë entre deux lectures.

$\forall x(Mx \rightarrow \neg Lx)$ Tous ceux qui mangent sont non-lecteurs.

$\neg\forall x(Mx \rightarrow Lx)$ Il est faux que tous ceux qui mangent lisent.

La première lecture, $\forall x(Mx \rightarrow \neg Lx)$, est vraie dans M parce que toutes ses instances sont vraies dans M :

$Ma \rightarrow \neg La$ est vraie dans M parce que Ma est fausse dans M.

$Mb \rightarrow \neg Lb$ est vraie dans M parce que $\neg Lb$ est vraie dans M.

$Mc \rightarrow \neg Lc$ est vraie dans M parce que $\neg Lc$ est vraie dans M.

$Md \rightarrow \neg Ld$ est vraie dans M parce que $\neg Ld$ est vraie dans M.

La seconde lecture, $\neg\forall x(Mx \rightarrow Lx)$, est vraie dans M parce que $\forall x(Mx \rightarrow Lx)$ est fausse dans M. En effet, toutes les instances de $\forall x(Mx \rightarrow Lx)$ ne sont pas vraies dans M : $Mb \rightarrow Lb$ est faux dans M parce que Mb est vraie dans M et Lb est fausse dans M.
Note : on pourrait proposer une autre formalisation pour la seconde lecture, à savoir $\exists x(Mx \wedge \neg Lx)$. Cette formule est certes logiquement équivalente à celle que nous avons donnée pour la seconde lecture. Toutefois, elle ne correspond pas exactement à la phrase française « Tous ceux qui mangent ne lisent pas », mais plutôt à « Quelqu'un mange et ne lit pas ».

9-

$\forall x(Gx \rightarrow Mx)$
Vraie dans M parce que toutes ses instances sont vraies dans M

$Ga \rightarrow Ma$	est vraie dans M parce que Ga est faux dans M.
$Gb \rightarrow Mb$	est vraie dans M parce que Mb est vrai dans M.
$Gc \rightarrow Mc$	est vraie dans M parce que Mb est vrai dans M.
$Gd \rightarrow Md$	est vraie dans M parce que Mb est faux dans M. (ou parce que Md est vraie dans M.)

10-

$\neg\exists x(Fx \wedge Mx)$
Fausse dans M parce que $\exists x(Fx \wedge Mx)$ est vraie dans M. $\exists x(Fx \wedge Mx)$ est vraie dans M parce que Fd et Md sont vrais dans M.
Note : une autre formalisation : $\forall x(Fx \rightarrow \neg Mx)$ (« Toutes les filles sont non-mangeuses ») est logiquement équivalente mais ne correspond pas exactement à la phrase française.