Université KASDI Merbah Ouargla
Faculté des nouvelles technologies de l'information et de la communication
Département : Sciences Technologie

2019 / 2018

جامعة قاصدي مرباح ورقلة
كلية التكنولوجيات الحديثة للمعلومات والاتصال
خلية علوم والتكنولوجيا

تصحيح نموذجي للامتحان النهائي في مادة: الرياضيـــــــــات 1 (Math1)

تمرين 01 : 05 نقاط

-1 بالتراجع :

$n = 0 \qquad 3^0 = 1 = \frac{3-1}{2}$

1.5

القضية صحيحة من اجل القيمة الابتدائية
نفرض ان القضية صحيحة من اجل n ونبرهن صحتها من اجل 1+n اي:

$$1 + 3 + \cdots + 3^{n*1} = \frac{3^{n*2} - 1}{2}$$

لدينا :

$$1 + 3 + 3^2 + \cdots + 3^{n*1} = 1 + 3(1 + 3 + \cdots + 3^n) = 1 + 3\left(\frac{3^{n+1} - 1}{2}\right)$$

$$= \frac{2 + 3^{n+2} - 3}{2} = \frac{3^{n*2} - 1}{2}$$

وهو الطلوب

-2

1

$f(2) = \frac{4}{5} \qquad f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{4}{5}$

0.5

اذا f ليس متباين

$$\forall y \in IR: y = f(x) = \frac{2x}{1 + x^2} \Rightarrow yx^2 - 2x + y = 0$$

نقوم بحل معادلة من الدرجة الثانية ذات المجهول x

$\Delta = 4 - 4y^2$

من اجل :

$y \in [-1,1] \Rightarrow \Delta \geq 0$

1.5

المعادلة تقبل حلول أي يوجد عدد حقيقي x *بحيث:*

$y = f(x)$

ومنه التطبيق ليس غامر من IR *نحو* IR

$f: IR \to [-1,1]$
$x \to f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$ تطبيق غامر

0.5

اذا : $f(\mathbb{R}) = \{f(x) \backslash x \in \mathbb{R}\} = [-1,1]$

تمرين 02 : 06 نقاط

-1

0.5

$$\forall x, y \in \mathbb{R} : xTy \Leftrightarrow x^3 - y^3 = 3(x - y)$$
$$\forall x \in \mathbb{R} \quad x^3 - x^3 = 3(x - x) = 0 \Rightarrow xTx$$

ومنه T انعكاسية

01

$$\forall x, y \in \mathbb{R} : xTy \Rightarrow x^3 - y^3 = 3(x - y) \Rightarrow y^3 - x^3 = 3(y - x) \Rightarrow yTx$$

ومنه T تناظرية

O1

$$\forall x, y, z \in \mathbb{R} : \begin{cases} xTy \\ yTz \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^3 - y^3 = 3(x - y) \\ y^3 - z^3 = 3(y - z) \end{cases} \Rightarrow x^3 - z^3 = 3(x - z) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow xTz$$

ومنه T متعدية

O.5

T انعكاسية و T تناظرية و T متعدية ومنه T علاقة تكافؤ

$$\dot{1} = \{x \in \mathbb{R}: xT1\}$$

01

$$xT1 \Rightarrow x^3 - 1 = 3(x - 1) \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x=1 \text{ او } x=-2$$
$$\dot{1} = \{1, -2\}$$

-2

01

$$\forall x, y \in \mathbb{Z} \quad x * y = xy^2 + x + y$$
$$1 * 2 = 4 + 1 + 2 = 7 \qquad 2 * 1 = 2 + 2 + 1 = 5$$

نستنتج ان العملية ليست تبديلية
نضع e العنصر الحيادي للعملية T اذا

$$\forall x \in \mathbb{Z} \begin{cases} xTe = x \\ eTx = x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xe^2 + x + e = x \\ ex^2 + e + x = x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (xe + 1)e = 0 \\ e(x^2 + 1) = 0 \end{cases}$$

تمرين 04 : 04 نقاط

1- لتكن االدالة:

01

$$h(x) = x^2\left|1+\frac{1}{x}\right|$$

$$\lim_{x\to 0} h(x) = \lim_{x\to 0} x(-x-1) = 0$$

$$\lim_{x\to 0} h(x) = \lim_{x\to 0} x(x+1) = 0$$

الدالة h ليست معرفة عند 0 وتقبل نهاية عند 0 اذا فهي تقبل تمديدا بالاستمرار علي ℝ ودالة التمديد هي

01

$$\hat{h}(x) = \begin{cases} h(x) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

2-حل المعادلة :

$$ch\,x + 2sh\,x = 3 \Rightarrow \frac{e^x+e^{-x}}{2} + 2\frac{e^x-e^{-x}}{2} = 3 \Rightarrow 3e^x - e^{-x} = 6$$

$$\Rightarrow 3e^{2x} - 6e^x - 1 = 0$$

نقوم بحل المعادلة

02

$$3y^2 - 6y - 1 = 0$$

$$\begin{cases} e^x = y_1 = \frac{1}{6} \\ e^x = y_2 = \frac{13}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = ln\frac{1}{6} \\ x_2 = ln\frac{13}{6} \end{cases}$$

المعادلة الاولي

01

$$(xe+1)e = 0 \Rightarrow \begin{cases} xe+1=0 \\ e=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e = \frac{-1}{x} & x \neq 0 \\ e=0 \end{cases}$$

المعادلة الثانية

$$e(x^2+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2+1=0 \\ e=0 \end{cases}$$

اذا من اجل

x=0 و x يختلف عن 1 وعن 1 يكون العنصر الحيادى هو 0 في الحالات السابقة لا يوجد عنصر حيادي

ومنه العملية لا تقبل عنصر حيادي

تمرين 03 : 05 نقاط

01

$$\cos x = 1 - \frac{1}{2}x^2 + \varepsilon(x)$$

01

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-cosx}{x^2} = \lim_{x\to 0}\frac{1-1+\frac{1}{2}x^2-\varepsilon(x)}{x^2} = \frac{1}{2}$$

01

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-cosx}{x} = \lim_{x\to 0}\frac{1-1+\frac{1}{2}x^2-\varepsilon(x)}{x} = 0$$

fدالة مستمرة عند 0 اذا

01

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} f(x) = f(0)$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-cosx}{x} = \lim_{x\to 0}(asinx + b) \Rightarrow 0 = b$$

f قابلة للاشتقاق عند 0 اذا

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0} \Rightarrow \lim_{x\to 0}\frac{asinx+b-b}{x} = \lim_{x\to 0}\frac{\frac{1-cosx}{x}-b}{x}$$

01

$$\Rightarrow \lim_{x\to 0}\frac{asinx}{x} = \lim_{x\to 0}\frac{1-cosx}{x^2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$