حل التمرين (1)

I - المعادلة الأولى

$$v = \frac{2g}{x t^2}$$

$$[v] = \left[\frac{x}{t}\right] = [x][t]^{-1} = LT^{-1}$$

$$\left[\frac{2g}{x t^2}\right] = [2][g][x]^{-1}[t]^{-2}$$

$$[g] = \left[\frac{x}{t^2}\right] = [x][t]^{-2} = LT^{-2}$$

$$\left[\frac{2g}{x t^2}\right] = LT^{-2}L^{-1}T^{-2} = T^{-4}$$

اذن

$$[v] \neq \left[\frac{2g}{x t^2}\right]$$

معادلة غير متجانسة

المعادلة الثانية

$$x = \frac{1}{2} g t^2$$

$$[x] = L \,, \quad \left[\frac{1}{2} g t^2\right] = \left[\frac{1}{2}\right][g][t]^2 = LT^{-2}T^2 = L$$

اذن

$$[x] = \left[\frac{1}{2} g t^2\right]$$

فهي معادلة متجانسة

II - ايجاد قيمة x

1 - شعاع $\vec{W}$ يوازي $\vec{B}$

$$\vec{W} \parallel \vec{B} \Longrightarrow \vec{W} \times \vec{B} = \vec{0}$$

$$\vec{W} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3\alpha & -\beta & x \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= (-\beta + x)\vec{i} - (3\alpha - 2x)\vec{j} + (-3\alpha + 2\beta)\vec{k} = \vec{0}$$

$$\begin{cases} -\beta + x \\ 3\alpha - 2x = 0 \\ -3\alpha + 2\beta = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x = \beta \\ x = \frac{3\alpha}{2} \\ 3\alpha = 2\beta \end{cases}$$

2 - شعاع $\vec{W}$ يعامد $\vec{V}$

$$\vec{V} \perp \vec{W} \Longrightarrow \vec{V} \cdot \vec{W} = 0$$

$$\vec{V} \cdot \vec{W} = -3\alpha^2 - 2\beta^2 - 8x = 0$$

$$\Longrightarrow \boxed{x = \frac{3\alpha^2 + 2\beta^2}{8}}$$

حل التمرين (2)

1 - معادلة المسار

$$\begin{cases} x = \sqrt{3}\cos(wt) \\ y = \sqrt{3}\sin(wt) \end{cases}$$

بالتربيع ومع الجمع نحصل

$$x^2 + y^2 = 3\cos^2 wt + 3\sin^2 wt$$

$$\boxed{x^2 + y^2 = 3}$$ معادلة المسار

2 - عبارة شعاع السرعة وطويلته

$$\vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$$

$$\begin{cases} v_x = \dfrac{dx(t)}{dt} = -\sqrt{3} w \sin(wt) \\ v_y = \dfrac{dy(x)}{dt} = \sqrt{3} w \cos wt \end{cases}$$

$$\vec{V} = \sqrt{3} w(-\sin wt\,\vec{i} + \cos wt\,\vec{j})$$

الطويلة

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{(-\sqrt{3} w \sin wt)^2 + (\sqrt{3} w \cos wt)^2}$$

$$\boxed{\|\vec{v}\| = \sqrt{3} w}$$

حل التمرين (3) :

1- عبارة السرعة عند الموضع B

بتطبيق نظرية انحفاظ الميكانيكية في الجزء AB

$$\Delta E_M = 0$$

$$E_M(B) - E_M(A) = 0$$

$$E_M(B) = E_M(A)$$

02

$$E_c(B) + E_p(B) = E_c(A) + E_p(A)$$

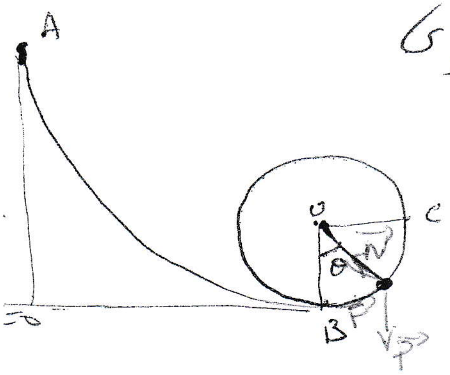
$$\frac{1}{2} m v_B^2 + \cancel{m g h_B} = \cancel{\frac{1}{2} m v_A^2} + m g h_A$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 = m g h$$

$$v_B^2 = 2 g h = 8 g a$$

$$\boxed{v_B = \sqrt{8 g a}}$$

2- تمثيل القوى



01

3- عبارة قوة رد الفعل عند الموضع M

بتطبيق المبدأ الأساسي للتحريك

$$\sum \vec{F} = m\vec{\gamma}$$

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F} = m\vec{\gamma}$$

بالإسقاط على $\vec{u_N}$ (في المعلم الذاتي)

$$N - P\cos\theta = m\gamma_N$$

2

3- شعاع التسارع وطويلته

$$\vec{\gamma} = \frac{d\vec{V}}{dt}$$

$$\begin{cases} \gamma_x = \dfrac{d v_x}{dt} = -\sqrt{3} w^2 \cos wt \\ \gamma_y = \dfrac{d v_y}{dt} = -\sqrt{3} w^2 \sin wt \end{cases}$$

01

$$\vec{\gamma} = -\sqrt{3} w^2 (\cos wt \, \vec{i} + \sin wt \, \vec{j})$$

الطويلة

$$|\vec{\gamma}| = \sqrt{(\sqrt{3} w^2 \cos wt)^2 + (-\sqrt{3} w^2 \sin wt)^2}$$

1

$$= \sqrt{3} \cdot w^2$$

4- استنتاج التسارع المماسي والتسارع الناظمي

التسارع المماسي

$$\gamma_t = \frac{d|\vec{V}|}{dt}$$

$$= \frac{d\sqrt{3}w}{dt} = 0$$

1

- التسارع الناظمي

$$|\vec{\gamma}| = \sqrt{\gamma_t^2 + \gamma_N^2}$$

$$\gamma_N = \sqrt{\gamma^2 - \gamma_t^2}$$

1

$$= \sqrt{\gamma^2} = \gamma = \sqrt{3} w^2$$

5- عبارة نصف قطر الانحناء

$$\gamma_N = \frac{V^2}{R} \Rightarrow R = \frac{V^2}{\gamma_N}$$

$$R = \frac{3 w^2}{\sqrt{3} w^2} = \frac{3}{\sqrt{3}} m$$

1

$$\gamma_N = \frac{V_m}{a}$$

$$N - P\cos\theta = m\frac{V_m^2}{a}$$

$$N = mg\cos\theta + m\frac{\cancel{a}\, g\cos\theta}{\cancel{a}}$$

0,5

$$\boxed{N = 2mg\cos\theta}$$

4- عمل قوة الاحتكاك

بتطبيق نظرية الطاقة الميكانيكية

على BC بين النقطتين B و C

سطح خشن

$$\Delta E_M = W(\vec{f})$$

$$E_M(C) - E_M(B) = W(\vec{f})$$

$$E_C(C) + E_p(C) - E_C(B) - E_p(B) = W(\vec{f})$$

$$\frac{1}{2}m\cancel{v_C^2}^{0} + mgh_C - \frac{1}{2}mv_B^2 - \cancel{mgh_B}^{0} = W(\vec{f})$$

$$W(\vec{f}) = mgh_C - \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$= mga - \frac{1}{2}m\, 8ga$$

$$\boxed{W(\vec{f}) = -3mga}$$

1,5