جامعة قاصدي مرباح ورقلة — خلية العلوم و التكنولوجيا — التخصص علوم وتقنيات

2021 – 2022 — امتحان السداسي 1 في الرياضيات 1 — المدة : 1 ساعة و 30 د

اللقب	الاسم	الفوج ....

السؤال 1 (02 ن) لتكن القضية P : $\forall x\in\mathbb{R}^+,\forall y\in\mathbb{R}^+:\left[\sqrt{xy}\in\mathbb{N}\Rightarrow(\sqrt{x}\in\mathbb{N})\wedge(\sqrt{y}\in\mathbb{N})\right]$

.1 كتابة نفي P: $\exists x\in\mathbb{R}^+,\exists y\in\mathbb{R}^+:\left(\sqrt{xy}\in\mathbb{N}\right)\wedge\left[(\sqrt{x}\notin\mathbb{N})\vee(\sqrt{y}\notin\mathbb{N})\right]$ 1 ن

.2 بمثال مضاد $\exists x=3\in\mathbb{R}^+,\exists y=3\in\mathbb{R}^+$ يثبت خطأ $\left(\sqrt{3\times3}=3\in\mathbb{N}\right)\Rightarrow\left[(\sqrt{3}\in\mathbb{N})\vee(\sqrt{3}\in\mathbb{N})\right]$ 1 ن

السؤال 2 (03 ن) لتكن a و b من $\mathbb{R}$ برهان صحة الاستلزام : $(a\neq b)\wedge(ab\neq1)\Rightarrow\dfrac{a}{1+a^2}\neq\dfrac{b}{1+b^2}$

بعكس نقيض الاستلزام نثبت صحة

$\dfrac{a}{1+a^2}=\dfrac{b}{1+b^2}\Rightarrow(a=b)\vee(ab=1)$ 1 ن

لدينا: $\dfrac{a}{1+a^2}=\dfrac{b}{1+b^2}\Rightarrow a+ab^2=b+ba^2$

$\Rightarrow a-ba^2+ab^2-b=0$

$\Rightarrow a(1-ab)-b(1-ab)=0$

$\Rightarrow (a-b)(1-ab)=0$

$\Rightarrow (a=b)\vee(ab=1)$ 2 ن

السؤال 3 (03 ن) لتكن A و B مجموعتين حيث : $A=\left\{n\in\mathbb{Z}:E\left(\dfrac{n}{3}\right)=1\right\}$ و $B=\left\{n\in\mathbb{Z}:n^3-4n^2-5n=0\right\}$

تعيين كلا من : $A\cap B=\{5\}$ 1 ن، $A\Delta B=\{0,-1,3,4\}$، 1 ن، $P(A-B)=\{\varnothing,\{3\},\{4\},\{3,4\}\}$، 1 ن

السؤال 4 (03 ن) لتكن A و B مجموعتين جزئيتين من E البرهان أن : $(A\cap B)\cup(A-B)=A$

$(A\cap B)\cup(A-B)=(A\cap B)\cup\left(A\cap\overline{B}\right)=A\cap\left(B\cup\overline{B}\right)=A\cap E=A$ 3 ن

السؤال 5 (03 ن) ليكن التطبيق $f:\mathbb{R}\to[-1,1]$ حيث : $f(x)=\sin(\pi x)$

هل f متباين ؟ f ليس متباين لانه يوجد $x_1=1,x_1=-1$ بحيث $\left(f(1)=f(-1)=0\right)\wedge(1\neq-1)$ 0.75 ن

هل f غامر ؟ f غامرا لان $f(\mathbb{R})=[-1,+1]$ 0.75 ن

تعيين كلا من $f(\mathbb{Z})=\{f(x):x\in\mathbb{Z}\}=\{\sin(\pi x):x\in\mathbb{Z}\}=\{0\}$ 0.75 ن و $f^{-1}(\{0\})=\{x:f(x)\in\{0\}\}=\mathbb{Z}$ 0.75 ن

السؤال 6 (03 ن) لتكن الدالة المعرفة كما يلي : $f(x)=\dfrac{\arg\sin(x)}{x^2+x}$

.1 تعيين D_f مجموعة تعريف الدالة f $D_f=]-1,0[\cup]0,1]$ 1 ن

.2 أثبات أن f تقبل التمديد بالاستمرار عند 0 ، باستعمال لوبيتال.

لدينا $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}\Big/2x+1=1$ فان $\lim\limits_{x\to0}f(x)=1$ 1 ن

و منه f تقبل التمديد بالاستمرار عند 0 و الدالة الممددة هي : $\tilde{f}(x)=\begin{cases}f(x), & x\in D_f\\ 1, & x=0\end{cases}$ 1 ن

السؤال 7 (03 ن) لتكن الدالة f المعرفة كما يلي : $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2\ln(x+2)}$

.1 عين كلا من $D_f=]-2,-1[\cup]-1,0[\cup]0,+\infty[$ ، $\lim\limits_{x\to-1}f(x)=1$ ، $\lim\limits_{x\to-2}f(x)=0$ 0.5+0.5+0.5 ن

.2 نعرف الدالة g كما يلي: $g(x)=\begin{cases}\dfrac{x+1}{x^2\ln(x+2)} & ,x\in D_f\\ 1 & ,x=-1\end{cases}$ دراسة قابلية اشتقاق g عند $x_0=-1$

$\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{g(x)-g(-1)}{x-(-1)}=-\infty$ ومنه g غير قابلة للاشتقاق عند $x_0=-1$ 1.5 ن