Université Kasdi-Merbah OUARGLA
Faculté des Nouvelles Technologies de l'Information et de la Communication
Département d'Informatique et Technologie de l'Information
Master 1- ASR

2021/2022

CORRECTION EXAMEN SIGNAUX ET SYSTEMES

Exercice 1 (6 pts)

1- Devoloppement en Serie de Fourier :

F(x) est une fonction paire alors $b_m = 0$, on calcule A_0 et A_m : 0,5

- $A_0 = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} f(x)\,dx = \frac{2}{2\pi}\int_0^{\pi} x^2\,dx = \frac{\pi^2}{3}$ 1,5

- $A_m = \frac{4}{T}\int_0^{T/2} f(x)\cos(m\omega x)\,dx = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} x^2\cos(mx)\,dx \qquad \omega = 1$

- le calcule de A_m se fait par une double integration par partie

$$A_m = (-1)^m \frac{4}{m^2}$$ 2 pt

$$\Rightarrow f(x) = \frac{\pi^2}{3} + 4\sum_{m\geq 1}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m^2}\cos(mx)$$ 1 pt

2- Si on fait $x = \pi$ $\Rightarrow \pi^2 = \frac{\pi^2}{3} + 4\sum_{m\geq 1}^{\infty}\frac{1}{m^2} \Rightarrow \sum_{m\geq 1}\frac{1}{m^2} = \boxed{\frac{\pi^2}{6}}$

- Si on fait $x = 0$ $\Rightarrow \sum_{m\geq 1}\frac{(-1)^{m+1}}{m^2} = \boxed{\frac{\pi^2}{12}}$ 1pt

Exercice 2 (5pts)

1-

$$TF\left[\operatorname{sgn}(t)\,e^{-a|t|}\right] = \int_{-\infty}^{0} -e^{at}\,e^{-j\omega t}\,dt + \int_{0}^{+\infty} e^{-at}\,e^{-j\omega t}\,dt$$

$$TF\left[\operatorname{sgn}(t)\,e^{-a|t|}\right] = \frac{-1}{a-j\omega} + \frac{1}{a+j\omega} = \frac{-2j\omega}{a^2+\omega^2}$$

Donc :

$$TF\left[\operatorname{sgn}(t)\,e^{-a|t|}\right] = \frac{-2j\omega}{a^2+\omega^2} \quad \text{si} \quad \operatorname{Re}(a) > 0$$ 3pts

2- Calcule de l'amplitude et angle .

$$|x(f)| = x = \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 - 4\pi^2 f^2}}$$ 1pt

$$\Theta = -\operatorname{arctg}\left(\frac{2\pi f}{\alpha}\right)$$ 1pts

Université Kasdi-Merbah OUARGLA
Faculté des Nouvelles Technologies de l'Information et de la Communication
Département d'Informatique et Technologie de l'Information 2021/2022

Exercice 3 (4 pts)

$X(w) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} 2^{-n}\, U(-n)\, e^{-jwn} \longrightarrow X(w) = \sum_{n=-\infty}^{0} 2^{-n}\, e^{-jwn}$

On fait un changement de variable on pose n= -l donc l=-n

$X(w) = \sum_{l=0}^{\infty} 2^{l}\, e^{jwl}$

$X(w) = \sum_{l=0}^{\infty} (2^{1}\, e^{jw})^{l} \longrightarrow X(w) = \sum_{l=0}^{\infty} (2\, e^{jw})^{l}$

$$X(w) = \frac{1}{1-2\,e^{jw}}$$

Exercice 4 (5 pts)

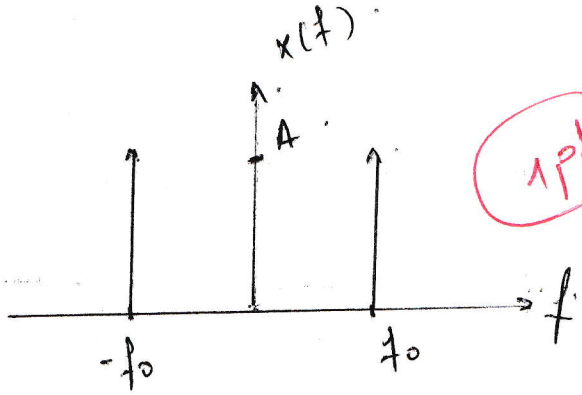
1- $x(t)= 2A \cos(2\pi f_0 t)$ avec $f_0=2$ hz

$\mathbf{x(f)} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, e^{-jwt}\, dt = \int_{-\infty}^{\infty} 2A \cos(2\pi f0t)\, e^{-jwt}\, dt$

On sait que $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-jwt}\, dt = \delta(f)$ 2pt

$\mathbf{x(f)} = A[\,\delta(f-f_0) + \delta(f+f_0)\,]$

-<u>Tracé du spectre</u>



1pt

2- <u>condition de Shannon</u>

$f_e > 2fm$: reconstitution possible du signal

$f_e < 2fm$: reconstitution impossible du signal

1pts

fe= 1/te donc 1/te >2fm donc 1/te > 2*2 1/te>4

alors te < ¼ te< 0.25

3-

si te= 0.2 0.2< 0.25 reconstitution parfaite du signal analogique 0,5

si te= 0.5 0.5>0.25 reconstitution impossible du signal analogique 0,5