

Épreuve écrite

*Corrigé type*

Nom : ..... Prénom : .....

**Exercice 1 (06 pts):** Cocher la bonne réponse:

1) Cette équation peut être utilisée pour calculer la température (en kelvin) à partir de la valeur de la résistance d'une thermistance:

$$\frac{1}{T \text{ (kelvin)}} = A + B \ln R_T + C \ln^3 R_T$$

a) A partir des trois mesures suivantes, les coefficients

A, B, C sont :

- A=0.010528 × 10<sup>6</sup>, B=-9.4977 et C=5.58459  
 A=0.010528, B=-9.4977 × 10<sup>4</sup> et C=5.58459 × 10<sup>6</sup>  
 A=0.0010528, B=-9.4977 × 10<sup>-4</sup> et C=5.58459 × 10<sup>-6</sup>  
 A=-0.0010528, B=9.4977 × 10<sup>-4</sup> et C=-5.58459 × 10<sup>-6</sup>

Température (en °C)	Résistance (en Ohms)
0	960
25	320
80	110

b) Lorsque la résistance est 444 Ohms, la température est égale à :

- T=14.8584°C     T=18.84854°C     T=148.584°C     T=85.8414°C

2) La loi de Planck est donnée par la relation:

$W_{\lambda}(T) = \epsilon(\lambda, T) W_{\lambda B}(T)$

$W_{\lambda B} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} K(\lambda) \times S_d(\lambda) \times W_{\lambda}(T) \cdot d\lambda$

$W_{\lambda B}(T) = \epsilon(\lambda, T) W_{\lambda}(T)$

$W_{\lambda B} = \frac{C_1}{\lambda^5} \exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1$

3) Un capteur de résistance R<sub>c</sub> est branché dans le montage ci-contre.

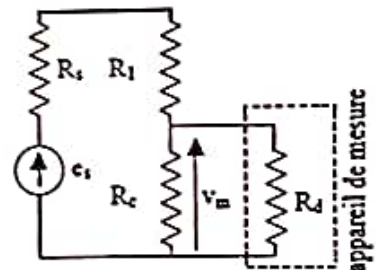
a) La tension v<sub>m</sub> est donnée par la relation :

$v_m = e_i \cdot \frac{R_c R_2}{R_c(R_1 + R_2) + R_1(R_1 + R_c)}$

$v_m = e_i \cdot \frac{R_c R_2}{R_c(R_1 + R_2) + R_1(R_1 + R_c)}$

$v_m = e_i \cdot \frac{R_c}{R_c(R_1 + R_2)}$

$v_m = e_i \cdot \frac{R_c R_1}{R_c(R_1 + R_2) + R_1(R_1 + R_c)}$



b) En utilisant la technique de linéarisation « fonctionnement en petits signaux avec R<sub>d</sub> >> R<sub>c</sub>,

l'expression de v<sub>m</sub> devient :

$v_m = e_i \cdot \frac{R_c \cdot \Delta R_c}{R_{c0} + R_1 + R_2}$

$v_m = e_i \cdot \frac{\Delta R_c}{4 R_{c0}}$

$v_m = e_i \cdot \frac{(R_1 + R_2) \cdot \Delta R_c}{(R_{c0} + R_1 + R_2)}$

$v_m = e_i \cdot \frac{(R_1 + R_2) \cdot \Delta R_c}{(R_{c0} + R_1 + R_2)^2}$

4) Les capteurs industriels destinés spécifiquement à la mesure de vitesse sont basés sur la loi de :

- Bernoulli     Newton     Planck     Faraday

**Exercice 2 (07 pts):**

On désire réaliser un capteur de niveau pour une cuve d'huile. Soit le condensateur plan schématisé par la figure 1.1 dont les armatures sont de surface  $A$  et de longueur  $L$ . Le condensateur est initialement dans l'air (permittivité  $\epsilon_1$ ). Un liquide, de l'huile de permittivité  $\epsilon_2$ , monte jusqu'à une hauteur  $h$ , mesurée à partir du bas des armatures; soit  $C(h)$  la capacité équivalente du condensateur.

1. Déterminer l'expression de la capacité  $C(h)$ .
2. Écrire  $C(h)$  sous la forme  $C(h) = C_0(1 + Kh)$ , en déduire les expressions de  $C_0$  et  $K$ .
3. Calculer les capacités minimale et maximale du capteur; ainsi que les impédances correspondantes sous une alimentation sinusoïdale à 10KHz. On donne:  $\epsilon_1 = \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  F/m,  $\epsilon_2 = 4\epsilon_0$ ,  $A = 2 \cdot 10^{-2}$  m<sup>2</sup>,  $e = 5$ mm et  $L = 1$ m.
4. Le capteur est monté dans un circuit en pont selon le schéma de la figure 1.2. Le condensateur  $C_1$  est un condensateur variable.
  - a) Quelle est la valeur à donner à  $C_1$  pour obtenir  $V_{\text{mes}} = 0$ , lorsque le réservoir est vide?
  - b) Donner l'expression de la tension  $V_{\text{mes}}$  en fonction de  $h$ ,  $K$  et  $\epsilon_r$ .
5. En déduire la sensibilité  $S_{\text{mes}}$  de mesure sous l'approximation linéaire.

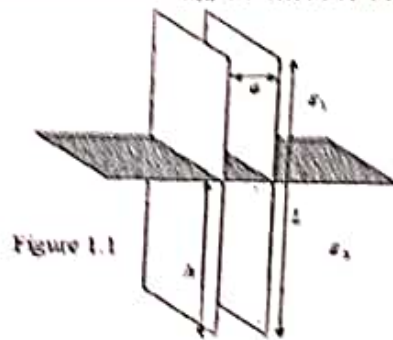


Figure 1.1

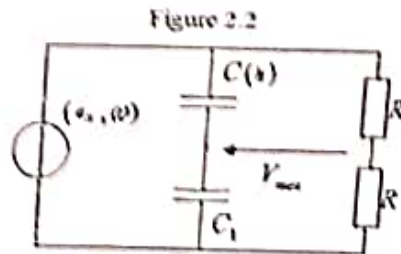


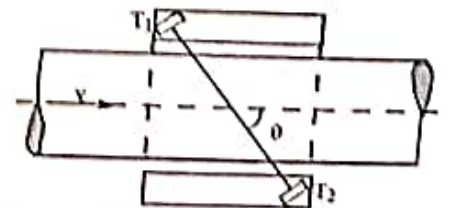
Figure 2.2

**Exercice 3 (07 pts):**

La mesure du débit du sang dans un faisceau sanguin peut se faire grâce au montage de la figure suivante. Dans ce montage on mesure le décalage du temps entre la transmission des ondes à ultrasons des capteurs  $T_1$  vers  $T_2$  (temps  $t_1$ ) et de  $T_2$  vers  $T_1$  (temps  $t_2$ ). Les deux capteurs sont distants de  $L$ . On démontre que la relation entre la vitesse du fluide  $v$  est l'écart de temps  $\Delta t = t_2 - t_1$  peut s'écrire:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{2 \times L \times v \times \cos \theta}{c^2}$$

Dans une expérience, les temps enregistrés par le débitmètre à ultrasons sont les suivants:  $t_1 = 1,04 \pm 0,02$  ms et  $t_2 = 1,34 \pm 0,01$  ms. Les autres paramètres mesurés sont:  $\theta = 45^\circ$ ;  $L = 2$  cm et  $c = 1000$  m/s.



Les erreurs effectuées durant la mesure sont les suivantes:  $\Delta \theta = 0,02^\circ$  et  $\Delta L = 0,2$  mm.

- 1) Calculer la valeur de la vitesse du sang dans le vaisseau.
- 2) Quelle est l'erreur sur la différence du temps  $\Delta t$ ?
- 3) En déduire l'erreur sur la vitesse.

Dans une expérience, nous avons fait varier l'angle  $\theta$  et nous avons relevé les temps enregistrés par le débitmètre  $t_1$  et  $t_2$ . Les résultats obtenus sont illustrés dans le tableau ci-contre:

- 4) Tracer sur le papier millimétré la courbe  $\Delta t = f(\cos \theta)$ .
- 5) En utilisant la méthode de la régression linéaire (moindres carrés), déterminer la vitesse du sang dans le vaisseau.

$\theta^\circ$	$t_1$ ( $\mu$ s)	$t_2$ ( $\mu$ s)
10	4,60	5,81
30	2,70	3,76
50	5,70	6,46
70	4,10	4,79
90	3,42	3,43

Bon courage

Exercice 2 (10pts)

$$\begin{aligned}
 1) C(h) &= C_0 + C_1 = \frac{\epsilon_1 A}{d} + \frac{\epsilon_2 A h}{L} \\
 &= \frac{\epsilon_1}{d} (L-h) \cdot A + \frac{\epsilon_2}{L} h \cdot A \\
 &= \frac{\epsilon_1 A}{d} + \frac{A}{dL} (\epsilon_2 - \epsilon_1) h \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) C(h) &= \frac{\epsilon_1 A}{d} \left[ 1 + \left( \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_1} \right) \frac{h}{L} \right] \\
 &= C_0 (1 + kR) \quad (2)
 \end{aligned}$$

avec  $\left\{ \begin{aligned} C_0 &= \frac{\epsilon_1 A}{d} = \frac{35,4}{d} \quad (3) \\ k &= \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_1} \quad (4) \end{aligned} \right.$

$$3) C_{\min} = C_0 = \frac{\epsilon_1 A}{d} = 35,4 \text{ pF} \quad (5)$$

$$C_{\max} = C(h=L) = 141,6 \text{ pF} \quad (6)$$

$$Z_C = \frac{1}{jC(\omega)} = \frac{1}{jC_0(1+kR)\omega}$$

$$\Rightarrow Z_C(h=0) = 449,6 \text{ k}\Omega \quad (7)$$

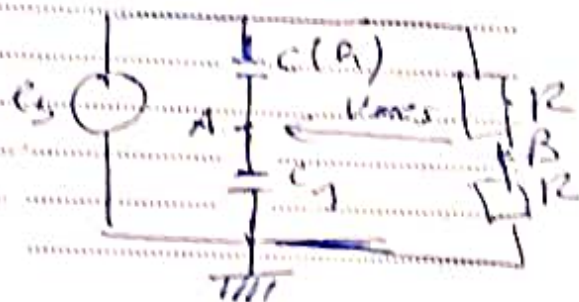
$$Z_C(h=L) = 112,4 \text{ k}\Omega \quad (8)$$

$$4) a) C_1 = C_0 = 35,4 \text{ pF} \quad (9)$$

$$b) V_{\text{mes}} = V_A - V_B$$

$$= \left( \frac{Z_{C1}}{Z_{C1} + Z_{C2}} - \frac{1}{2} \right) C_s$$

(10)



$$V_{mes} = \frac{C(R) - C_0}{C(R) + C_0} \cdot \frac{v_s}{2} = \frac{(1 + kh) - 1}{(1 + kh) + 1} \cdot \frac{v_s}{2}$$

$$V_{mes} = \frac{kh \cdot \frac{v_s}{2}}{2 + kh} \quad (1)$$

$$b. V_{mes} = \frac{kh}{2 + kh} \cdot \frac{v_s}{2}$$

$$= kh \cdot \frac{v_s}{4} \cdot \frac{1}{1 + \frac{kh}{2}} \quad \text{On peut utiliser l'approximation linéaire}$$

pour  $kh \ll 1 \Rightarrow$

$$V_{mes} = kh \cdot \frac{v_s}{4} \Rightarrow \left| \frac{v_s}{mes} = \frac{V_{mes}}{kh} = \frac{v_s}{4} \right| \quad (1)$$

Ex 3: (0.7 pts)

$$1) \Delta t = t_2 - t_1 = \frac{2L v \cos \alpha}{c^2}$$

$$\Rightarrow v = \frac{c^2 \Delta t}{2L \cos \alpha} = \frac{1000^2 (3,34 - 1,04) \cdot 10^{-6}}{2 \times 2 \times 10^{-2} \cos 45}$$

$$v \approx 1667,62 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (1)$$

$$2) \Delta \Delta t = \sqrt{\Delta t_1^2 + \Delta t_2^2} = \sqrt{0,02^2 + 0,012^2} = 1$$

$$\Delta \Delta t \approx 2,29 \cdot 10^{-5} \quad (1)$$

$$3) \ln v = 2 \ln c + \ln \Delta t - \ln 2 = \ln L + \ln \cos \alpha$$

$$\frac{\partial v}{v} = \frac{2 \partial c}{c} + \frac{\partial \Delta t}{\Delta t} = \frac{\partial L}{L} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \partial \alpha$$

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta \Delta t}{\Delta t} + \frac{\Delta L}{L} + \tan \alpha \cdot \Delta \alpha \quad (1)$$

(3)

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{2,24 \cdot 10^{-3}}{3,3 \cdot 10^3} + \frac{0,2 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{-2}} + \lg 45 \times 0,02$$

$$\frac{\Delta V}{V} = 0,0368 = 3,68\%$$

$$\Delta V = 0,0368 \times 116672,62$$

$$\Delta V = 4293,6 \text{ m/s}$$

4)

$\cos \theta$	$\Delta t$ (PS)
0,9848	1,21
0,8660	1,06
0,6428	0,76
0,3420	0,39
0	0,01

① → Desem ①

$$5) a = 1,225 \cdot 10^{-6}$$

$$b = -8,75 \text{ M} \cdot 10^{-9}$$

①

$$\Rightarrow \Delta t = 1,225 \cdot 10^{-6} \cos \theta - 8,75 \text{ M} \cdot 10^{-9}$$

$$\Rightarrow \text{Ona} : \Delta t = \frac{2LV}{c^2} \cdot \cos \theta$$

$$\Rightarrow a = \frac{2LV}{c^2} \Rightarrow v = \frac{a \cdot c^2}{2L}$$

$$\Rightarrow v = \frac{1,225 \cdot 10^{-6} \cdot 1000^2}{4 \cdot 10^{-2}} = 30,6 \text{ m/s} = v$$

$$\Rightarrow v = 110,16 \text{ km/h} \quad \text{①}$$