Written exam

Exercise 1(*06 pts*):

A teacher classifies his students into three categories C_1, C_2 and C_3: good, average and weak, respectively. The numbers in these three categories represent 20% of the total number of students for class C_1, 50% for C_2 and 30% for C_3. Statistics indicate that the probability of passing the exam for a student in these three categories is 0.95, 0.60 and 0.20, respectively.

1. Draw the probability tree.

2. What is the probability of success for a student chosen at random?

3. Knowing that a student passed his exam, what is the probability that he is weak?

Exercise 2(*06pts*):

It is assumed that the percentage of left-handed people is 1%. Let X be the r.v. taking as values the number of left-handers in a sample of 200 people chosen at random.

1. What is the probability law of the r.v. X?

2. By what law can we approximate the probability law of the r.v. X? Justify.

3. What is the probability that there are 5 left-handers in the sample?

4. What is the probability that there are more than 4 left-handers in the sample?

Exercise 3(*08pts*):

The joint density function of two random variables X and Y is given by:

$$f_{XY}(x,y)=\begin{cases} k(x+y), & 0\le x\le 2 \quad \text{and} \quad 0\le y\le 2 \\ 0 \quad , & \text{otherwise} \end{cases}$$

Find

1. k,

2. The marginal density functions of X and Y,

3. $P(X < 1 | Y < 1)$,

4. $E[X]$, $E[Y]$, $E[XY]$, and ρ_{xy},

5. Are X and Y independent?

Good luck

امتحان كتابي

التمرين الأول (06 نقاط):

صنف الأستاذ طلابه إلى ثلاث فئات C_1 وC_2 وC_3: جيد ومتوسط وضعيف على التوالي. تمثل الأرقام في هذه الفئات الثلاث 20% من إجمالي عدد الطلاب للفئة C_1، و50% للفئة C_2، و30% للفئة C_3. وتشير الإحصائيات إلى أن احتمال نجاح الطالب في الامتحان في الفئات الثلاث هو 0.95 و0.60 و0.20 على التوالي.

1. ارسم شجرة الاحتمالات.

2. ما هو احتمال النجاح لطالب تم اختياره عشوائيا؟

3. مع العلم أن الطالب نجح في امتحانه، ما هو احتمال أن يكون ضعيفا؟

التمرين الثاني (06 نقاط):

لنفترض أن نسبة الأشخاص الذين يستخدمون اليد اليسرى هي 1%. ليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل عدد الأشخاص الذين يستخدمون اليد اليسرى في عينة مكونة من 200 شخص تم اختيارهم عشوائيًا.

1. ما هو قانون احتمالية المتغير العشوائي X؟

2. بأي قانون يمكننا تقريب قانون احتمالية المتغير العشوائي X؟ برر.

3. ما هو احتمال وجود 5 أشخاص يستخدمون اليد اليسرى في العينة؟

4. ما هو احتمال وجود أكثر من 4 أشخاص يستخدمون اليد اليسرى في العينة؟

التمرين الثالث (08 نقاط):

تم إعطاء دالة الكثافة الاحتمالية المشتركة لمتغيرين عشوائيين X و Y بواسطة العلاقة :

$$f_{XY}(x,y)=\begin{cases} k(x+y), & 0\le x\le 2 \quad \text{and} \quad 0\le y\le 2 \\ 0 \quad , & \text{otherwise} \end{cases}$$

اوجد

1. k،

2. دوال الكثافة الحدية لـ X وY،

3. $P(X<1 \mid Y<1)$،

4. $E[X]$، $E[Y]$، $E[XY]$، و ρ_{xy}،

5. هل X وY مستقلان؟

بالتوفيق